Cálculo de raíces de funciones: problemas

Resuelve los siguientes problemas utilizando el algoritmo de bisección implementado en clase, o el implementado en la función `fzero()` de matlab. Puedes ayudarte haciendo gráficas de las funciones para estimar intervalos adecuados para la búsqueda de las raíces.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

   (a) $e^{-x}\left(\frac{16}{5}sen\left(x\right)-\frac{1}{2}cos\left(x\right)\right)=0$

   (b) $cos\left(x\right)-x=0$

   (c) $\frac{1}{2}x$-$\sqrt[3]{x+1}=0$

   (d) $3x^3+2-sen\left(x\right)=0$

   (e) $e^x-10x=0$

   (f) $x^2e^{-x/2}=1$

   (g) $log\left(x\right)\cdot cos\left(x+1\right)=\frac{3}{2}$

   (h) $sen\left(x+1\right)=\sqrt{x}$

2. Calcula la raíz más grande de la ecuación $f\left(x\right)=x^6-x-1=0$.

3. Al comienzo de cada año un cliente de un banco deposita v euros en un fondo de inversión; al cabo de n años el capital producido por esta inversión es de M euros. La relación entre M y v viene dada por:
$$M=v\sum_{k=1}^{n}\left(1+r\right)^k=v\frac{1+r}{r}\left[\left(1+r\right)^n-1\right]$$
   Sabiendo que $v=1000$€ y que después de 5 años $M=6000$€, calcula cuál ha sido la tasa media de interés r.

4. Se desea determinar el volumen V ocupado por un gas a temperatura T y presión P. La ecuación de estado es:
$$\left[P+a\left(\frac{N}{V}\right)^2\right]\left(V-Nb\right)=kNT$$
   siendo a y b coeficientes que dependen del gas, N el número de moléculas en el volumen V y k la constante de Boltzmann. Para el dióxido de carbono (CO_2), $a=0.401$ y $b=42.7\cdot10^{-6}$. ¿Cual es el volumen ocupado por 1000 moléculas de CO_2 a temperatura $T=300\,K$ y presión $P=3.5\cdot10^7$? (La constante de Boltzmann es $1.3806503\cdot10^{-23}$)

5. Recordemos que el modelo de Verhulst permite calcular el tamaño de una población en un tiempo t mediante la ecuación:
$$P\left(t\right)=\frac{KP_0e^{rt}}{K+P_0\left(e^{rt}-1\right)}$$
   siendo P_0 el tamaño inicial de la población, r la tasa de crecimiento y K la capacidad del sistema (tamaño máximo de la población). Si inicialmente $P_0=10$ y $r=0.3$ individuos/hora y la capacidad del sistema es de 10^7 individuos ¿Cuánto tiempo tardará el sistema en alcanzar el 90% de su capacidad?

6. Dada la función $f\left(x\right)=\frac{k}{\lambda}\left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}e^{-(x/\lambda)^k}$siendo $x\geq0$, determina el valor en que $f\left(x\right)$ alcanza su máximo cuando:

   (a) $\lambda=1,\ k=\frac{3}{2}$

(b) $\lambda = 1,\ k = 5$

Ten en cuenta que el máximo se alcanza en un punto donde $f'(x) = 0$.